

# Synthèse d'images

## Examen

*Les documents de cours sont autorisés. Les différentes parties sont indépendantes.*

### 1 Rendu

1. Présentez brièvement les ombrages de Phong et Gouraud, et expliquez précisément en quoi ils diffèrent.
2. Expliquez le placage de texture, en particulier comment plaquer des textures issues d'images réelles.

### 2 Élimination des parties cachées

On dispose d'un z-buffer de 8 bits. Jusqu'à quelle distance du centre de projection (l'origine du repère utilisé) deux objets situés à un mètre l'un devant l'autre seront-ils correctement rendus ? Quelle connaissance sur les objets de la scène permettrait d'améliorer cela ?

### 3 OpenGL

La librairie OpenGL propose un modèle de projection perspective. Ce modèle consiste en une transformation appliquée aux points de l'espace et représentée par la matrice suivante :

$$p = \begin{pmatrix} \frac{2p}{d-g} & 0 & \frac{d+g}{d-g} & 0 \\ 0 & \frac{2p}{h-b} & \frac{h+b}{h-b} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{p+l}{l-p} & -\frac{2lp}{l-p} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot P,$$

où  $g, d, h, b, p, l$  délimitent le volume d'observation respectivement à gauche, droite, haut, bas, proche et loin ;  $p$  et  $l$  étant en valeur absolues.

1. Où se trouve le plan image dans ce modèle ?
2. Démontrez qu'un point situé à l'intérieur du volume d'observation possède des coordonnées images comprises entre  $-1$  et  $1$ .
3. Comment peut-on utiliser ce résultat ?

## 4 Tracé d'ellipse

L'objectif est ici d'effectuer le tracé d'une ellipse à l'écran de manière incrémentale. On considère une ellipse centrée à l'origine d'équation :

$$F(x, y) = a^2x^2 + b^2y^2 - a^2b^2 = 0.$$

On se place dans le quart droit-supérieur de l'écran et on cherche à effectuer le tracé de façon similaire au tracé du cercle :

1. Pourquoi ne peut-on pas utiliser un découpage de l'écran en octants comme dans le cas du cercle ?
2. À partir du pixel courant tracé de l'ellipse, le pixel à tracé suivant se trouve soit entre les pixels Est et Sud-Est, soit entre les pixels Sud et Sud-Est. De quelle manière peut-on découper le quart-écran en deux régions pour lesquelles le choix du pixel suivant se fait entre deux pixels uniquement ? justifiez votre réponse.
3. La décision pour le pixel suivant se fait en testant la position du point milieu entre les deux pixels possibles. On utilise pour cela une variable de décision fonction de la valeur de  $F(x, y)$  évaluée au point milieu. Soit  $d_i$  la variable de décision à l'itération  $i$ , comment remet-on à jour cette variable pour l'itération  $i + 1$  en fonction de la décision à l'itération  $i$  ?
4. Proposez un algorithme de tracé dans le quadrant droit-supérieur.

## 5 Courbes Catmull-Rom

Les Catmull-Rom sont des courbes les points  $P_1, P_{m-1}$  d'une séquence de points  $P_0, P_m$ .

Un segment de courbe de Catmull-Rom est déterminée par :

$$P(t) = (t^3, t^2, t, 1) \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{pmatrix}$$

1. Que se passe-t-il lorsque le paramètre  $t$  varie de 0 à 1 ? en conséquence, à quoi servent les Catmull-Rom ?
2. Quelle est l'expression de la tangente en un point de contrôle ? démontrez votre résultat.
3. Quelle type de continuité présentent ces courbes ? démontrez votre résultat.